

USO DE MÚLTIPLAS MÉTRICAS E ROTULAÇÃO POR RELAXAÇÃO NO ESTABELECIMENTO DA CORRESPONDÊNCIA DE PONTOS EM PARES DE IMAGENS

Mauricio Galo¹
Clésio Luis Tozzi²

¹ Universidade Estadual Paulista - UNESP, Departamento de Cartografia, galo@prudente.unesp.br

² Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial - DCA, clesio@dca.fee.unicamp.br

RESUMO

A determinação da correspondência de feições (pontuais, lineares, etc), em pares e seqüências de imagens, é essencial em diversas aplicações na Fotogrametria e Visão Computacional. São diversas as possibilidades de solução automática deste problema, como por exemplo usando os métodos de correlação de áreas e os métodos de correspondência baseada em atributos. Neste último caso, algumas soluções são baseadas na rotulação por relaxação, que utilizam medidas de similaridade e compatibilidade envolvendo os pares candidatos à correspondência, bem como alguns pontos vizinhos em torno dos candidatos. Uma vez que o uso isolado das métricas disponíveis não é suficiente para garantir uma solução robusta e sem ambigüidade, neste trabalho é feita a descrição de algumas métricas, tais como: coeficiente de correlação, diferença de gradiente, diferença de intensidade, relações angulares e relações de distância; sendo considerado o uso simultâneo de todas estas métricas. Além destas métricas, é discutida uma métrica relacionada à geometria epipolar, baseada no conceito de Paralelepípedo de *Matching* - PM. Alguns resultados obtidos com o processamento de imagens reais, obtidos com os modelos discutidos, são apresentados e analisados. Os resultados indicam que o uso de múltiplas métricas contribui para o aumento da taxa de acerto das correspondências, mesmo para algumas situações onde se tem diferença de escala, rotação e convergência.

Palavras-chave: Correspondência (*Matching*) de pontos, Paralelepípedo de *Matching*, Rotulação por relaxação.

USE OF MULTIPLES METRICS AND RELAXATION LABELING FOR THE ESTABLISHMENT OF POINT-CORRESPONDENCE IN PAIRS OF IMAGES

ABSTRACT

The determination of the correspondence of entities (points, straight lines, etc) in pairs and sequences of images, is essential in some Photogrammetric and Computer Vision applications. There are several automatic solutions for this problem, and usually these solutions are divided into two classes: area-based matching and feature-based matching. In the last class (feature-based matching), some solutions use the known relaxation labeling algorithm, that requires measures of similarity and compatibility involving candidate pairs, and also their neighbors. Since the isolated use of some metrics are not enough to guarantee that the solution is robust and unambiguous, multiples metrics are simultaneously considered in this work. The metrics considered are: correlation coefficient, gradient difference, intensity difference, and relations of distances and angles. Besides these metrics, another metric related to the epipolar geometry is discussed. This metric is based on the volume of the Matching Parallelepiped - MP. Some results using real images, obtained with the proposed models, are presented and analyzed. The results indicate that the use of multiples metrics contribute to improve the correct correspondences ratio, even in situations where the images are affected by rotation, convergence and scale difference.

Keywords: Point correspondence (*Matching*), *Matching Parallelepiped*, *Relaxation-labeling*.

1. INTRODUÇÃO

O resultado do problema de *matching*, ou problema de correspondência, tem uma série de aplicações nas áreas de Fotogrametria e Visão Computacional. Como exemplo de aplicações pode-se citar: a busca de feições homólogas numa seqüência de imagens para a extração da estrutura 3D de objetos da cena (DHOND e AGGARWAL, 1989); o registro de imagens (FLUSSER e SUK, 1994; MEDIONI e NEVATIA, 1984; TON e JAIN, 1989; TOTH e SCHENK, 1992; FONSECA e MANJUNATH, 1996); a busca de pontos conjugados em impressões digitais (CHANG et al., 1997); a automação da orientação de imagens (HEIPKE, 1997; TANG e HEIPKE, 1996; HABIB e KELLEY, 2001); a estimativa de movimento a partir de imagens (MITICHE, 1988); a determinação de correspondências em imagens astronômicas (OGAWA, 1986); o monitoramento do movimento de nuvens (WU, 1995); a geração automática de mapas de disparidade (NOGUEIRA e TOZZI, 1998); e a determinação de correspondência em imagens médicas (LESTER e ARRIDGE, 1999; ROHR, 1999).

Os exemplos de aplicações citados permitem verificar que as aplicações podem ser separadas em diversas classes, considerando fatores como alvos de interesse, sensor utilizado, geometria do processo de aquisição, etc. Em função desta diversidade de aspectos a serem considerados, o grau de dificuldade na solução do problema de *matching* pode variar. Um outro aspecto importante é o da natureza mal condicionada (ou mal colocada) do problema, uma vez que a solução pode não existir, pode não ser única e também não ser estável para pequenas variações dos dados disponíveis, como discutido por alguns autores (HEIPKE, 1996, 1997; NOGUEIRA e TOZZI, 2002).

Deste modo, a busca da solução automática e robusta do problema de correspondência ainda é um desafio. Um outro ponto em aberto, segundo Mohr e Wu (1998), é a solução do problema de correspondência para bases longas. Além destes aspectos, Goshtasby e Le Moigne (1999) afirmam que o estabelecimento de correspondências entre pontos, quando as imagens são sujeitas a diferenças geométricas de natureza não linear; a determinação de funções de transformação a partir de informações locais para superposição de imagens; e a definição de critérios de avaliação quantitativa; por exemplo; são alguns dos temas que demandam pesquisa. Deste modo, pode-se notar a importância de trabalhos nesta linha.

No caso específico de aplicações Fotogramétricas, a determinação dos parâmetros de orientação relativa pode ser realizada automaticamente, como descrito por Heipke (1997), Tang et al. (1996) e Tang e Heipke (1996), sendo disponíveis algumas ferramentas em alguns Sistemas Fotogramétricos Digitais comerciais, como pode ser visto em Plugers (2001). No entanto, não se pode garantir que a solução seja correta, principalmente em alguns casos, como afirmam Habib e Kelley (2001).

Especificamente nas aplicações aerofotogramétricas, onde a aquisição das imagens é bem planejada, bons parâmetros de orientação relativa são conhecidos *a priori*, o que nem sempre ocorre em aplicações a curta distância. Deste modo, a idéia deste trabalho é fazer a apresentação de algumas métricas que podem ser empregadas na solução do problema de correspondência, usando a técnica de rotulação por relaxação. As métricas apresentadas são: coeficiente de correlação, a diferença de gradiente e a diferença de intensidade média. Além dessas métricas, são consideradas relações de distância, proposta por Zhang et al (1994), bem como relações entre ângulos, descritas em Galo e Tozzi (2004). Adicionalmente, é realizada a análise de uma métrica que permite a incorporação da injunção epipolar na rotulação por relaxação, que se baseia no volume do Paralelepípedo de *Matching* - PM (Galo e Tozzi; 1999, 2004). Nos experimentos apresentados, parte-se do pressuposto que os parâmetros intrínsecos da câmara são obtidos, *a priori*, por um procedimento de calibração e que as imagens adquiridas não estão necessariamente em situação normal.

2. ROTULAÇÃO POR RELAXAÇÃO

O procedimento de rotulação por relaxação é definido, segundo Hummel & Zucker (1983), como a atribuição de rótulos a um conjunto de objetos, sendo necessário considerar quatro elementos na solução:

- um conjunto de objetos;
- um conjunto de rótulos a ser atribuído a cada objeto;
- uma relação de vizinhança entre os objetos;
- um conjunto de restrições sobre os objetos.

Considerando estes elementos, a solução da rotulação por relaxação deve ser consistente com as condições ou restrições impostas. No caso do uso deste método na solução da correspondência de feições, pode-se associar um conjunto de objetos com as feições extraídas de uma das imagens e os rótulos com as feições extraídas de outra imagem.

Designando por $\mathbf{M}=\{M_1, M_2, \dots, M_i, \dots, M_m\}$ e $\mathbf{S}=\{S_1, S_2, \dots, S_j, \dots, S_n\}$ os conjuntos das m e n primitivas extraídas de cada uma das imagens de um par, respectivamente, espera-se que no final do processo se

tenha uma relação de k correspondências, com $k \leq \min(m,n)$. Para cada uma das $m \times n$ combinações da forma (M_i, S_j) , ou (i,j) de modo simplificado, deve-se definir medidas de similaridade (p_{ij}) e compatibilidade (c_{ij}).

De acordo com Faugeras (1993) a similaridade é uma medida que está relacionada com a qualidade deste *matching*, e métricas que considerem um elemento de **M** e um de **S** devem ser definidas. No caso da compatibilidade devem ser considerados não apenas um elemento de cada conjunto mas alguns elementos na vizinhança dos candidatos i e j . Deste modo, tanto medidas de similaridade quanto de compatibilidade devem ser definidas.

Se, por exemplo, para um dado par de candidatos e para uma determinada métrica a similaridade (p_{ij}) deste par for elevada, e caso a compatibilidade para este mesmo par também seja elevada, o produto $p_{ij}c_{ij}$ pode ser usado para reforçar o *matching* do par (i,j) , através do aumento da similaridade p_{ij} . Caso contrário, a similaridade do par deve ser deduzida. A partir desta idéia surge o conceito de suporte, como pode-se ver em Hummel & Zucker (1983), Schalkoff (1989) e Wu (1995).

Admitindo que os elementos do par (i,j) são correspondentes, pode-se dizer que j representa o rótulo do objeto i . Representando por (i',j') um outro par, onde i' é um vizinho de i e j' é um vizinho de j , a compatibilidade entre estes pares pode ser representada por $c(i,j;i',j')$. Usando esta idéia, pode-se calcular o termo q_{ij} , que representa o suporte do rótulo j ao objeto i . Uma das possibilidades é usar uma função do tipo

$$q_{ij} = \sum_{i' \in V_i; j' \in V_j} c(i,j;i',j') \cdot p_{i'j'} \quad (1)$$

onde V_i e V_j representam uma certa vizinhança em torno dos objetos i e j , respectivamente.

A partir destes elementos: similaridade (p_{ij}), compatibilidade ($c(i,j;i',j')$) e suporte, pode-se fazer a atualização das similaridades, num processo iterativo denominado rotulação por relaxação, como pode ser visto com detalhes em Schalkoff (1989) e Hummel & Zucker (1983), por exemplo. A Figura 1 mostra um fluxograma simplificado do processo de rotulação por relaxação, baseado em Schalkoff (1989, p. 360) e Rosenfeld et al. (1976).

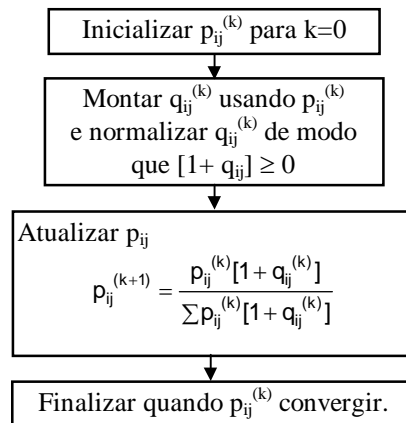


Figura 1 - Fluxograma simplificado mostrando o algoritmo de relaxação. Adaptado de Schalkoff (1989).

No fluxograma apresentado, embora não fique explícito, após a atualização das similaridades deve ser feita uma análise da convergência e, caso o critério adotado não tenha sido atingido, o processo deve ser repetido. Para detalhes adicionais as seguintes referências são sugeridas: Schalkoff (1989), Hummel & Zucker (1983) e Wu (1995).

2.2 - DEFINIÇÃO DE MÉTRICAS PARA O CÁLCULO DA SIMILARIDADE

Diferentes funções podem ser utilizadas para o cálculo das similaridades. De modo genérico, a função deve ser escolhida de modo que para uma pequena "distância", deve-se ter uma grande similaridade, e vice-versa, como discutido por Faugeras (1993). Usando esta condição, pode-se escrever a similaridade para o par (i,j) como uma função (f_s) da seguinte forma:

$$p_{ij} = f_s(\alpha, d_{ij}) = \frac{k_i}{1 + \alpha d_{ij}} \quad (2)$$

onde:

- k_i é uma constante de normalização;
- d_{ij} é uma medida de distância (que caracteriza a métrica);

- α é uma constante relacionada com a métrica d_{ij} utilizada.

Pela escolha adequada da constante k_i , ou pela normalização de p_{ij} , pode-se ter os valores de p_{ij} no intervalo $[0,1]$ e $\sum_{j=1}^n p_{ij} = 0$, para todo $i=\{1, 2, \dots, m\}$. Portanto, a partir destas considerações pode-se interpretar p_{ij} como sendo uma probabilidade. A constante α tem uma relação com a variação de p_{ij} com d_{ij} , como mostra o gráfico da Figura 2 para o caso em que $k_i=1$.

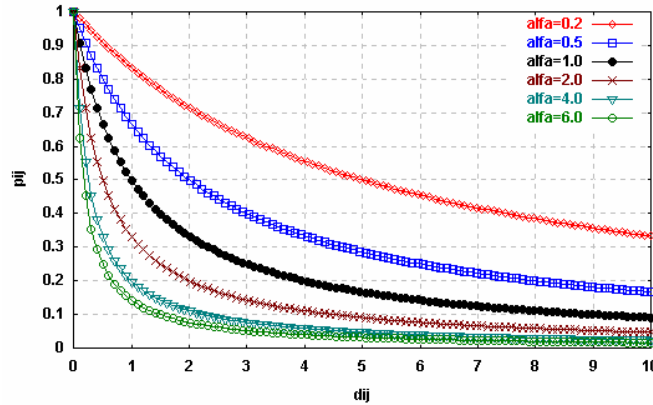


Figura 2 - Comportamento da função $p_{ij}=1/(1+\alpha d_{ij})$ para diferentes valores de α .

Pode-se observar por este gráfico que quanto maior é o valor da constante α , maior é a variação de p_{ij} com d_{ij} , para pequenos valores de d_{ij} . Assim, pode-se modificar a influência ou a confiança das métricas consideradas, pelo uso de diferentes valores de α .

Admitindo que se têm as primitivas (pontos - neste caso) extraídas das imagens, pode-se considerar medidas de similaridade iniciais ($p_{ij}^{(0)}$) baseadas em diferentes métricas. Na verdade, apenas uma métrica pode ser considerada, se está métrica for suficiente para a garantir que a correspondência seja correta.

Na seqüência são apresentadas algumas métricas que podem ser utilizadas no cálculo das similaridades iniciais: coeficiente de correlação (ρ_{ij}) (GONZALEZ e WOODS, 1993, p. 584), diferença de magnitude do gradiente (p_{ij}^{grad}) e diferença de intensidade média (p_{ij}^{int}), ou seja:

$$p_{ij}^{(0)} = \rho_{ij} \quad (3)$$

$$p_{ij}^{(0)} = f_S(\alpha_{grad}, |\text{grad}_j - \text{grad}_i|) \quad (4)$$

$$p_{ij}^{(0)} = f_S(\alpha_{int}, |I_j - I_i - (\bar{I}_j - \bar{I}_i)|) \quad (5)$$

onde:

- $\text{grad}_{i(j)}$ representa a magnitude do gradiente em $i(j)$;
- $I_{i(j)}$ é a intensidade média em $i(j)$;
- $\bar{I}_{i(j)}$ é a intensidade média das respectivas imagens;
- α_{grad} , α_{int} - são constantes relacionadas às métricas gradiente e intensidade, respectivamente.

Deste modo, qualquer uma das três métricas pode ser considerada. No entanto, cada métrica, e por consequência a medida de similaridade associada, será afetada pelo comportamento da métrica. Por exemplo, é perfeitamente possível que para algumas janelas em torno dos pontos medidos a diferença de intensidade média seja pequena mas a diferença de gradiente seja elevada. Outro exemplo, como o coeficiente de correlação é sensível à rotação, é possível que o coeficiente de correlação seja baixo e a diferença de magnitude do gradiente seja elevado.

Portanto, pode-se assumir que estas medidas sejam independentes, e que a similaridade inicial para cada par de candidatos (i,j) seja calculada por:

$$p_{ij}^{(0)} = \rho_{ij} f_S(\alpha_{grad}, |\text{grad}_j - \text{grad}_i|) \cdot f_S(\alpha_{int}, |I_j - I_i - (\bar{I}_j - \bar{I}_i)|) \quad (6)$$

Observando esta equação, pode-se perceber que a similaridade inicial para o par (i,j) será elevada se as similaridades calculadas para cada uma das métricas também forem. Pode-se observar ainda que

nenhuma informação referente à injeção epipolar foi considerada, uma vez que no início do procedimento de correspondência os parâmetros de orientação relativa não são geralmente conhecidos. A partir do momento em que se tem uma estimativa da orientação relativa, pode-se pensar na inclusão de uma métrica adicional onde estes parâmetros sejam envolvidos.

2.3 - DEFINIÇÃO DE MÉTRICAS PARA O CÁLCULO DA COMPATIBILIDADE

Para o cálculo da compatibilidade para cada par de candidatos deve-se considerar uma certa vizinhança em torno dos pontos $i(j)$, em cada um de seus respectivos conjuntos (\mathbf{M}, \mathbf{S}) . Neste caso, propõe-se considerar os NN vizinhos (i', j') mais próximos a $i(j)$, com $i' \in V_i$ e $j' \in V_j$, sendo $V_{i(j)}$ os respectivos conjunto de pontos vizinhos. Uma vez disponíveis tais pontos, devem ser aplicadas relações que quantifiquem, de acordo com algum critério, a compatibilidade entre i e j .

Uma proposta de métrica para o cálculo da compatibilidade é apresentada em Galo e Tozzi (1997, 2004), sendo considerada a distribuição espacial dos NN vizinhos em torno de i e j . Para tanto, propõe-se o uso de uma relação envolvendo os NN ângulos consecutivos em torno de $i(j)$. Assumindo que estes ângulos, ordenados de 1 a NN, considerando o eixo x (horizontal) como origem e o sentido anti-horário, sejam armazenados nos vetores ang_i e ang_j , esta medida pode ser obtida por:

$$d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta] = \left| \text{NN} - \sum_{k=1, \dots, \text{NN}} \text{ang}_j[k + \Delta] / \text{ang}_i[k] \right|, \quad (7)$$

onde Δ é uma variável que faz a mutação cíclica dos ângulos em torno de j (do vetor ang_j). Pode-se notar que, se para algum dos Δ os respectivos ângulos assumem valores iguais a Equação 7 retornará um valor nulo. Assim, o valor mínimo da Equação 7, para todos os $\Delta \in \{0, \dots, \text{NN}-1\}$, é o valor da distância envolvendo as relações angulares. Para evitar falsos mínimos deve-se considerar também as razões

inversas e obter $d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta]^* = \left| \text{NN} - \sum_{k=1, \dots, \text{NN}} (\text{ang}_j[k + \Delta] / \text{ang}_i[k])^{-1} \right|$, sendo a medida da "distância" angular final

dada por:

$$D_{ij}^{\text{ang}} = \max(\min(d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta]), \min(d_{ij}^{\text{ang}}[\Delta])^*). \quad (8)$$

Observe que a escolha do maior valor entre as duas "distâncias" (na Equação 8) têm justamente a função de evitar a presença de falsos mínimos. Assim, a partir da medida de distância "angular" D_{ij}^{ang} , a compatibilidade correspondente poderá ser calculada por uma função análoga à Equação 2, i. e.,

$$c_{ij}^{\text{ang}} = f_c(\alpha_{\text{ang}}, D_{ij}^{\text{ang}}) = \frac{1}{1 + \alpha_{\text{ang}} D_{ij}^{\text{ang}}}. \quad (9)$$

Uma observação relevante no uso desta métrica se refere ao fato dela não ser invariante à mudança no ponto de vista. Deste modo, esta medida tem a finalidade de atribuir às configurações espaciais semelhantes, uma maior compatibilidade. Adicionalmente, pode-se notar que ao obter o valor de Δ correspondente ao valor de d_{ij}^{ang} , têm-se os ângulos "correspondentes" em torno de (i, j) e como consequência os pontos possivelmente correspondentes na vizinhança de i e j .

A partir desta relação de possíveis pontos correspondentes, outras relações podem ser calculadas, como por exemplo relações de distância entre vizinhos, apresentadas em Galo & Tozzi (2004) e baseadas em Zhang et al. (1994) onde

$$c_{ij}^{\text{dist}} = \sum_{k=1}^{\text{NN}} \frac{\delta(i, j; i_k, j_k)}{1 + \text{dist}(i, j; i_k, j_k)}, \quad (10)$$

com $\delta(i, j; i_k, j_k) = e^{-r/\varepsilon_r}$ sendo uma função Gaussiana da razão r/ε_r onde r representa a diferença de distância relativa

$$r = \frac{|d(i, i_k) - d(j, j_k)|}{\text{dist}(i, j; i_k, j_k)}, \quad (11)$$

e $\text{dist}(i, j; i_k, j_k)$ a média das distâncias euclidianas $d(i, i_k)$ e $d(j, j_k)$, ou seja:

$$\text{dist}(i, j; i_k, j_k) = [d(i, i_k) + d(j, j_k)]/2. \quad (12)$$

Na função Gaussiana $\delta(\cdot)$, o termo ε_r representa um limiar no erro relativo, como pode ser visto em Zhang et al. (1994). Deste modo, a compatibilidade considerando estas duas métricas, poderá ser obtida por:

$$c_{ij} = c_{ij}^{\text{ang}} \cdot c_{ij}^{\text{dist}}. \quad (13)$$

Analogamente ao discutido na seção anterior, na Equação 13 não foi considerada nenhuma informação relativa à geometria epipolar.

3. MEDIDAS DE SIMILARIDADE E COMPATIBILIDADE RELACIONADAS À GEOMETRIA EPIPOLAR

A partir da Figura 3 são mostrados alguns dos elementos que permitem estabelecer a geometria epipolar para um par de imagens (I_E e I_D). Um destes elementos é o denominado plano epipolar, definido a partir dos dois centros perspectivos (CP_L e CP_R) e pelo ponto genérico P do espaço objeto, cujas coordenadas no sistema cartesiano $OXYZ$ são $P(X, Y, Z)$. A interseção do plano epipolar com os planos das imagens da esquerda e direita define, sobre cada um destes planos, uma linha epipolar; sendo estas duas linhas denominadas linhas epipolares conjugadas.

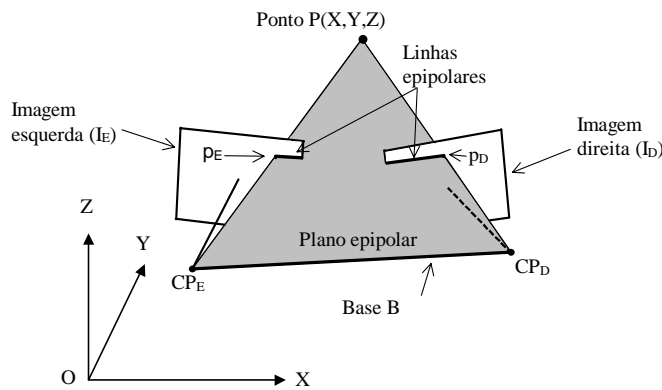


Figura 3 - Um par de imagens e a geometria epipolar.

Pode-se observar nesta figura que os pontos p_E e p_D são projeções de P sobre os planos I_E e I_D , respectivamente, e pertencem às linhas epipolares homólogas. Dada a posição relativa entre as câmeras e a posição de um ponto genérico P , esta geometria pode ser estabelecida como descrito na seqüência. Considerando os pontos $CP_E(X_{CP_E}, Y_{CP_E}, Z_{CP_E})$, $CP_D(X_{CP_D}, Y_{CP_D}, Z_{CP_D})$ e $P(X_P, Y_P, Z_P)$, os seguintes vetores podem ser determinados: $\vec{B} = [X_{CP_D} - X_{CP_E} \quad Y_{CP_D} - Y_{CP_E} \quad Z_{CP_D} - Z_{CP_E}]^t$, $\vec{R}_E = [X_P - X_{CP_E} \quad Y_P - Y_{CP_E} \quad Z_P - Z_{CP_E}]^t$ e $\vec{R}_D = [X_P - X_{CP_D} \quad Y_P - Y_{CP_D} \quad Z_P - Z_{CP_D}]^t$. A partir dos vetores \vec{B} , \vec{R}_E e \vec{R}_D pode-se obter a condição de coplanaridade por:

$$\vec{B} \cdot (\vec{R}_E \times \vec{R}_D) = 0. \quad (14)$$

Os vetores presentes na Equação 14 estão escritos a partir das coordenadas referidas ao espaço objeto. No entanto, as observações feitas no plano imagem não estão incorporadas e não aparecem, de forma explícita nesta equação. Para escrever esta equação como função das coordenadas no sistema imagem é necessário relacionar o espaço objeto com o espaço imagem. Considerando que os pontos p_E e p_D possuem coordenadas (x'_E, y'_E) and (x'_D, y'_D) , num sistema com origem no centro da imagem, os vetores $\vec{x}_{(E,D)} = [x'_{(E,D)} \quad y'_{(E,D)} \quad 1]^t$ podem ser escritos. Desenvolvendo a Equação 14, como pode ser visto em Barakat et al. (1994) e Galo e Tozzi (1997), por exemplo, pode-se escrever:

$$\vec{x}_E^t F \vec{x}_D = [x'_E \quad y'_E \quad 1] \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ f_4 & f_5 & f_6 \\ f_7 & f_8 & f_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_D \\ y'_D \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad (15)$$

com

$$F = I_E^t M_E K_B M_D^t I_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & -y_0 & -f \end{bmatrix}_E M_E \begin{bmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{bmatrix} M_D^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & -f \end{bmatrix}_D, \quad (16)$$

sendo:

- F - a matriz fundamental, composta por f_1, \dots, f_9 ;
- I_E e I_D - matrizes que incorporam os parâmetros intrínsecos;
- M_E e M_D - matrizes de rotação em relação às duas câmaras;
- K_B - matriz anti-simétrica (*skew-symmetric*) obtida em função dos componentes do vetor base.

Analisando a Equação 16 pode-se observar que ela é composta por: 3 parâmetros intrínsecos para cada câmara (x_0, y_0, f - conhecidos por um procedimento de calibração); rotações das câmaras da esquerda e direita (incorporadas nas matrizes M_E e M_D) e os três componentes do vetor \vec{B} . Para o caso em que a origem do referencial é coincidente com o centro perspectivo da câmara da esquerda, a matriz de rotação é simplificada, sendo reduzida à uma matriz identidade. Com estas considerações restam 6 parâmetros a serem determinados na orientação relativa: 3 da matriz K_B e 3 da matriz M_D . No entanto, para que não se tenham múltiplas soluções, uma vez que a escala não foi definida, pode-se aplicar uma injeção em algum dos componentes de base (ou na própria base). Neste caso, o número de parâmetros que devem ser determinados na orientação relativa, para que a matriz F seja montada, passa a ser cinco. Portanto, com cinco (ou mais) pares de pontos correspondentes os parâmetros de orientação relativa podem ser estimados e a geometria epipolar estabelecida.

3.1 - PARALELEPÍPEDO DE MATCHING - PM

Assumindo que os parâmetros intrínsecos são conhecidos e que a OR foi realizada, a matriz F pode ser estimada. Dados dois pontos candidatos à correspondência (i,j), determinados pelos vetores \vec{x}_i e \vec{x}_j , (Figura 4), sendo i da imagem da esquerda e j da direita, respectivamente, a condição dada por 14 será satisfeita em duas situações:

- se os pontos i e j forem homólogos; ou
- se os pontos se localizam sobre linhas epipolares conjugadas.

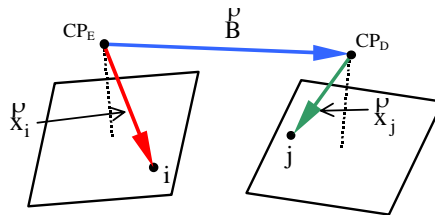


Figura 4 - Os vetores \vec{x}_i e \vec{x}_j para os candidatos à correspondência (i,j), os dois CPs e o vetor \vec{B} .

Em ambas as situações descritas os vetores \vec{B} , \vec{x}_i e \vec{x}_j , e também os vetores \vec{B} , \vec{r}_i e \vec{r}_j , serão linearmente dependentes (l.d.). Por outro lado, se eles forem linearmente independentes (l.i.), o terno de vetores formará uma base do R^3 e a condição de coplanaridade não será satisfeita. Nesta situação, a interpretação geométrica do valor absoluto obtido pelo produto misto dado pela Equação 14 é a do volume do paralelepípedo definido pelos vetores \vec{B} , \vec{r}_i e \vec{r}_j , que é proporcional ao volume do paralelepípedo formado pelos vetores \vec{B} , \vec{x}_i e \vec{x}_j mostrados na Figura 5.

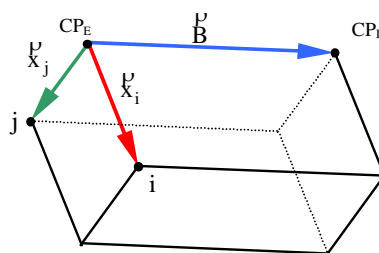


Figura 5 - Os vetores \vec{B} , \vec{x}_i e \vec{x}_j e o paralelepípedo formado a partir destes três vetores.

A dedução da Equação 15, a partir da Equação 14, se baseia no atendimento da condição de coplanaridade, uma vez que tanto os vetores \vec{B} , \vec{x}_i e \vec{x}_j quanto \vec{B} , \vec{r}_i e \vec{r}_j são linearmente

dependentes (l.d.). Nesta dedução, como os fatores de escala $k_{(E,D)} = \frac{|x_{(E,D)}^p|}{|R_{(E,D)}^p|}$ não afetam a condição de coplanaridade, eles podem ser desconsiderados. Como consequência, nos casos em que os vetores \vec{B} , \vec{x}_i e \vec{x}_j são l.i., os escalares resultantes dos produtos $\vec{B} \cdot (\vec{R}_i \times \vec{R}_j)$ e $\vec{x}_i \cdot \vec{x}_j$ não serão exatamente iguais, mas sim proporcionais.

Para um determinado par de pontos de candidatos à correspondência (i,j), pode-se considerar que dado um ponto i da imagem esquerda tem-se uma linha epipolar associada na imagem direita (E_i). Se o ponto $j \in E_i$, significa que, ou eles são homólogos, ou não são homólogos mas se localizam sobre as linhas epipolares conjugadas. Por outro lado, à medida que j se afasta de E_i eles deixam de ser homólogos e o volume do paralelepípedo aumenta. Deste modo, esta medida do volume pode ser considerada como uma métrica, e justamente devido a esta interpretação, tem relação com a geometria epipolar. Por esta razão, o paralelepípedo formado pelos vetores \vec{B} , \vec{x}_i e \vec{x}_j é denominado Paralelepípedo de *Matching* (MP).

Uma vantagem do uso do volume do PM como métrica consiste no fato de não ser necessário obter as equações das linhas epipolares conjugadas, nem fazer a determinação das distâncias dos pontos candidatos às possíveis linhas epipolares conjugadas. Assim, dada uma estimativa da matriz fundamental (\hat{F}), o volume do MP mostrado na Figura 5 pode ser calculado em função das posições dos pontos do par (i,j), no sistema de coordenadas das imagens por

$$V_{ij}^{MP}(\hat{F}, i, j) = \left| \vec{x}_i \hat{F} \vec{x}_j \right| \text{ com } \begin{cases} V_{ij}^{MP} = 0, \text{ if } j \in E_i \\ V_{ij}^{MP} > 0, \text{ if } j \notin E_i \end{cases} \quad (17)$$

Deste modo, o resultado da Equação 17 pode ser considerado como uma medida de distância entre i e j, e pode ser incorporado no cálculo da similaridade e compatibilidade. Usando esta idéia, partindo da Equação 2 e usando a 17 pode-se escrever a medida de similaridade, baseada na geometria epipolar (p_{ij}^{ge}) por:

$$p_{ij}^{ge} = f_s(\alpha_{ge}, V_{ij}^{PM}(\hat{F}, i, j)) = \frac{1}{1 + \alpha_{ge} \cdot V_{ij}^{PM}(\hat{F}, i, j)}, \quad (18)$$

e a medida de compatibilidade (c_{ij}^{ge}) por

$$c_{ij}^{ge} = \frac{1}{1 + \alpha'_{ge} \cdot \sum_{i' \in V_i, j' \in V_j} V_{ij'}^{PM}(\hat{F}, i', j')}. \quad (19)$$

Pode-se notar que na Equação 19 são considerados os mesmos vizinhos considerando nas Equações 9 e 10. Deste modo, as Equações 18 e 19 podem ser incorporadas nas medidas de similaridade e compatibilidade, respectivamente, obtendo-se:

$$p_{ij}^{(0)} = p_{ij} \cdot p_{ij}^{grad} \cdot p_{ij}^{int} \cdot p_{ij}^{ge} \quad (20)$$

$$c_{ij} = c_{ij}^{ang} \cdot c_{ij}^{dist} \cdot c_{ij}^{ge}, \quad (21)$$

diferentes portanto das Equações 6 e 13. É relevante ressaltar que na maioria das medidas de similaridade e compatibilidade aparecem as constantes α_{grad} , α_{int} , α_{ge} , α_{ang} , α_{dist} , α'_{ge} , constantes estas que podem ser utilizadas para modificar a influência de cada uma das métricas no procedimento de rotulação por relaxação.

4. DETERMINAÇÃO DA CORRESPONDÊNCIA

Na seção anterior foram apresentadas e discutidas métricas que podem ser consideradas na solução do problema de correspondência. Como descrito, algumas métricas independem de informações de orientação relativa (OR) e outras são calculadas em função destes elementos. Admitindo que no início do processo informações de OR não são disponíveis, algumas métricas não podem ser usadas no início. Deste modo, pode-se pensar em uma solução inicial, onde as Funções 6 e 13 são utilizadas. O resultado deste procedimento será uma relação preliminar de correspondências, e, com estes pontos correspondentes disponíveis os parâmetros de OR podem ser estimados. Após esta etapa, o

procedimento de correspondência pode ser repetido, sendo incorporadas as injunções epipolares, usando o conceito de Paralelepípedo de *Matching* - PM, ou seja, usando as Funções 20 e 21.

Este procedimento foi descrito em Galo e Tozzi (2004), e o fluxograma da Figura 6 sintetiza este princípio.

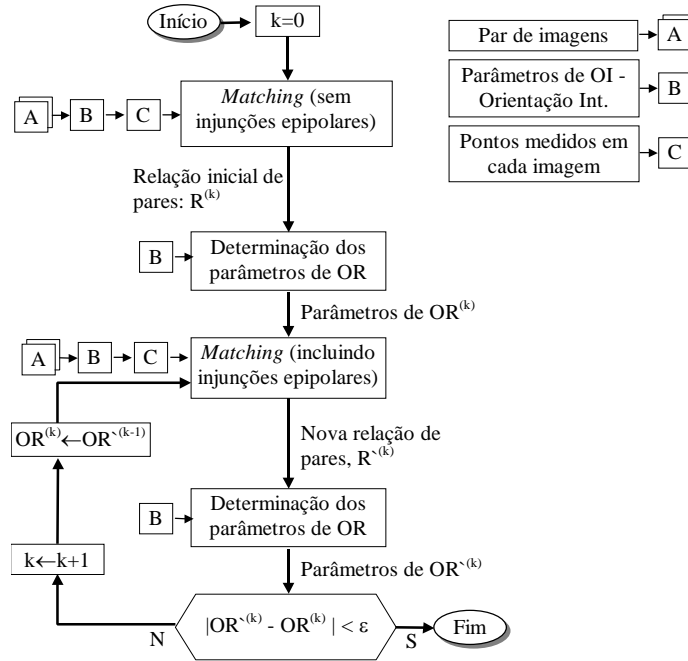


Figura 6 - Princípio do procedimento de determinação da correspondência e OR.
Fonte: GALO e TOZZI (2004).

Pode-se notar por este fluxograma, que são dois os resultados deste procedimento: uma relação de correspondências e os parâmetros de OR.

Embora não seja objeto de análise neste trabalho, a determinação dos parâmetros de OR foi implementada usando um modelo obtido a partir das Equações 15 e 16, ou seja:

$$\begin{bmatrix} x'_E \\ y'_E \\ 1 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & -f \end{bmatrix}_E^t \begin{bmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{bmatrix} M_{Dq}^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & -f \end{bmatrix}_D \begin{bmatrix} x'_D \\ y'_D \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad (22)$$

onde M_{Dq} representa a matriz de rotação da imagem da direita. Devido a algumas vantagens da representação da matriz de rotação usando quatérnios (SHIH, 1990; GALO e TOZZI, 2001), esta representação foi utilizada na solução da OR, sendo a matriz de rotação escrita da seguinte maneira:

$$M_{Dq} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(-q_0q_3 + q_1q_2) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_0q_3 + q_1q_2) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(-q_0q_1 + q_2q_3) \\ 2(-q_0q_2 + q_1q_3) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Além das Equações 22, sendo escrita uma para cada par de pontos correspondentes, duas injunções são necessárias, uma para impor a ortogonalidade da matriz de rotação por meio da condição $\|q\| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1$ e outra para definir a escala, que pode ser feita por uma injunção na componente x da base, por exemplo, ou mesmo na própria base. Deste modo, pode-se aplicar o ajustamento usando o Método dos Quadrados Mínimos.

4.1 - SELEÇÃO DOS PONTOS CORRESPONDENTES

Um aspecto relevante no procedimento apresentado é a seleção dos pares de pontos correspondentes, a partir do momento em que ocorre a convergência da rotulação por relaxação. Para esta seleção, diversos aspectos devem ser considerados e dentre os aspectos mais relevantes, os seguintes são destacados e devem ser incorporados no processo, objetivando o aumento da robustez da solução:

- Deve ser utilizado um limiar na similaridade, de modo a excluir da solução os pares no qual a similaridade seja inferior a um limiar (ϵ_{SIM});
- O algoritmo deve considerar a possibilidade da troca das imagens, ou seja, a não simetria do problema, evitando que a troca da ordem das imagens afete a seleção dos pares correspondentes;
- Para minimizar o problema de ambigüidade, ao invés de escolher para cada ponto da imagem esquerda, aquele de maior similaridade na outra imagem, pode-se determinar um fator de não ambigüidade ao considerar as duas maiores similaridades para um dado ponto. Assim, se para um determinado ponto i , a maior similaridade for $p_i^{(1)}$ e a segunda maior for $p_i^{(2)}$, o fator de não ambigüidade (FNA) pode ser calculado por

$$FNA_i = 1 - p_i^{(2)} / p_i^{(1)}. \quad (24)$$

Deste modo, pode-se adotar um limiar para o fator de não ambigüidade (ϵ_{FNA});

- Um outro aspecto que pode ser considerado é o erro na triangulação (ϵ_T), que tem relação com a magnitude da paralaxe em y ; provocada tanto por erros nos parâmetros de OR (ou na matriz fundamental) quanto por erros na correspondência dos pontos.

Como visto na Seção 3, os valores α_{grad} , α_{int} , α_{ge} , α_{ang} , α_{dist} e α'_{ge} podem ser modificados para alterar a influência de cada uma das métricas. A seleção destes valores pode ser feita de modo empírico, sendo importante o conhecimento do problema tratado. Por exemplo, uma métrica que tem uma forte influência é a injunção epipolar, se os parâmetros de OR forem conhecidos. No entanto, no início do processo estes valores não são conhecidos e uma possibilidade é admitir um comportamento dinâmico para os valores α_{ge} e α'_{ge} . Para considerar esta variação uma possibilidade é utilizar a relação entre o número de pontos rotulados na iteração anterior, com o número de pares rotulados sem considerar a injunção epipolar. De modo análogo, o erro na triangulação também pode um comportamento dinâmico ao longo das iterações.

5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Observando o fluxograma da Figura 6, pode-se notar os elementos necessários para a aplicação do algoritmo proposto:

- Um par de imagens;
- Parâmetros de orientação interior (OI);
- Uma relação de pontos não correspondentes, medidos nas duas imagens.

Os pontos extraídos das duas imagens podem ser medidos por técnicas manuais, semi-automáticas ou automáticas. Uma vez que o propósito principal deste trabalho é a determinação das correspondência, os pontos medidos não devem ser rotulados e devem ser medidos de modo independente em cada uma das imagens. Além disso, não é necessário que o número de pontos extraídos de cada imagem seja igual. A única observação se refere ao fato dos pontos medidos serem pontos bem identificados sobre a imagem. Uma vez que o propósito do trabalho é a realização da rotulação ou o estabelecimento da correspondência, não foram empregadas técnicas automáticas para a medição dos pontos.

Como mencionado na Seção 4, a implementação da determinação dos parâmetros de OR foi realizada utilizando quatérnios, no entanto, a apresentação dos ângulos é feita usando os ângulos de Euler apenas por facilidade de interpretação.

As implementações baseadas nos modelos apresentados nas Seções 2, 3 e 4 foram realizadas na Linguagem C ANSI, sendo escritos alguns *scripts* para a medição e visualização das linhas epipolares no ambiente MatLab®, além de alguns *scripts* para visualização de gráficos no aplicativo GnuPlot.

5.1 - EXPERIMENTOS REALIZADOS COM IMAGENS COM DIFERENÇAS DE ESCALA

Nesta seção são apresentados alguns resultados, relativos a aplicação do algoritmo proposto a um par de imagens reais (fct1_d/fct1_a) onde foram medidos 37 e 64 pontos, respectivamente. Na Figura 7 são apresentados os resultados da correspondência para duas situações, após a aplicação do algoritmo de *matching* sem as injunções epipolares e após a aplicação do algoritmo completo.

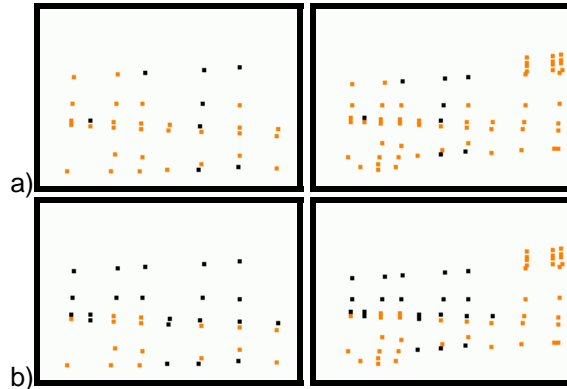


Figura 7 - Pontos rotulados pelo algoritmo de *matching* sem as injunções epipolares (a) e com a inclusão das injunções epipolares e orientação relativa (b), para o par fct1_d/fct1_a. Os pontos marcados na cor preta são os pontos rotulados e os demais os não rotulados.

Ao fazer a contagem do número de pares rotulados, pelos dois procedimentos de *matching*, verifica-se que a razão é da ordem de 2,62 ($\cong 21/8$). Mesmo sem observar as imagens reais pode-se notar pelas distâncias entre os pontos nas imagens da Figura 7, que existe uma acentuada diferença de escala entre as imagens deste par, que fica evidente ao ver a Figura 8.



Figura 8 - Parte das imagens do par fct1_d/fct1_a com os pontos rotulados como correspondentes pelo algoritmo de *matching* com a inclusão das injunções epipolares e OR (pequenos pontos em azul).

Ao fazer a razão entre as distâncias de alguns pares de pontos na imagem fct1_d, pelos correspondentes na imagem fct1_a, obtém-se um valor médio de 1,40, o que permite dizer que a escala da imagem fct1_d é aproximadamente 40% maior do que a da imagem fct1_a. A Figura 9 mostra o comportamento de alguns parâmetros durante o processamento deste par.

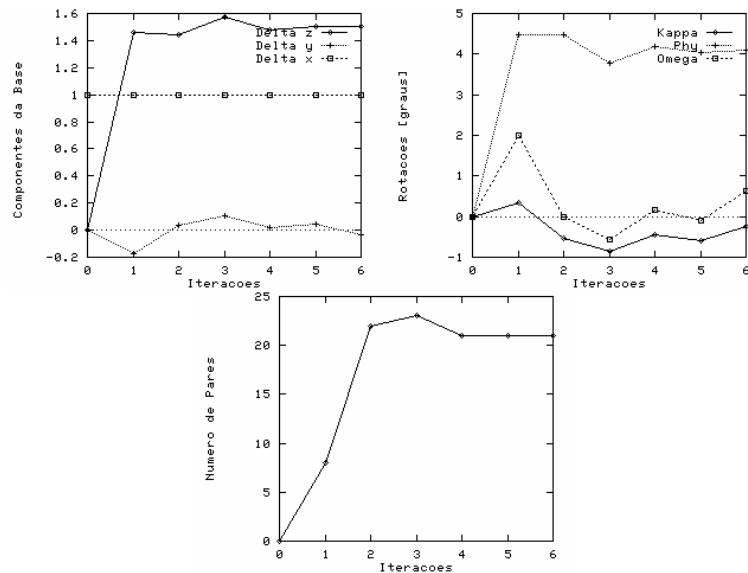


Figura 9 - Comportamento dos componentes de base, rotações e do número de pares rotulados para o par de imagens fct1_d/fct1_a.

Através dos gráficos da figura anterior pode-se observar que a convergência para este par não é tão acentuada ($\varphi \cong 4^\circ$). No entanto, pode-se observar que o valor da componente b_z é da ordem de 1,5 da componente b_x , o que indica que a diferença de escala foi absorvida. A Figura 10 mostra o par de imagens acima, com cinco linhas epipolares conjugadas sobrepostas.

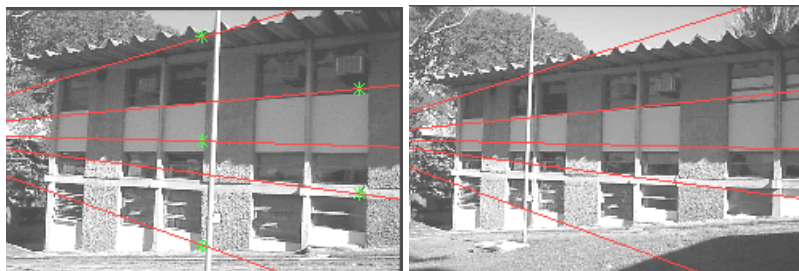


Figura 10 - Cinco linhas epipolares conjugadas, sobrepostas às imagens fct1_d/fct1_a.

Pela convergência das linhas epipolares pode-se notar que os dois epipolos (encontro das linhas epipolares em cada uma das imagens) estão localizados no lado esquerdo das duas imagens, que é consequência da posição e orientação relativa das imagens. Usando este par de imagens e considerando a matriz fundamental obtida de modo automático, foi feito o traçado da linha epipolar que passa por um dado ponto (indicado por uma seta na Figura 11). Usando estas informações, foram desenhadas sobre as imagens as duas linhas epipolares.



Figura 11 - Ponto selecionado na imagem esquerda, linha epipolar que passa por este ponto e a linha epipolar conjugada.

Dada a posição do ponto destacado (na imagem da esquerda) e a matriz F obtida de modo automático, foi realizado o cálculo do volume do Paralelepípedo de *Matching* - PM para cada uma das combinações possíveis na imagem direita. Estes valores foram normalizados e são apresentados (Figura 12) na forma de uma função 3D e de uma imagem.

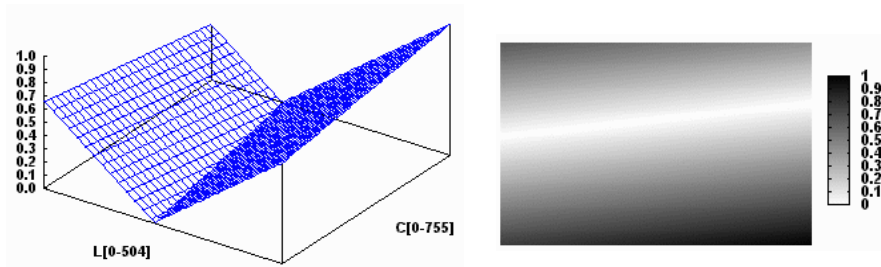


Figura 12 - Volume do Paralelepípedo de *Matching* - PM normalizado, em duas representações.

Pode-se notar que o lugar geométrico correspondente ao valor mínimo da função volume (nas duas representações mostradas) são coincidentes com a linha epipolar destacada na imagem direita da Figura 11, como era previsto.

5.2 - EXPERIMENTOS REALIZADOS COM IMAGENS ROTACIONADAS

Nesta seção é apresentado o resultado do processamento usando imagens do mesmo cenário considerado na seção anterior, com a diferença que uma das imagens é rotacionada. A Figura 13 mostra o resultado do processamento deste par, onde podem ser vistos os pontos marcados como correspondentes, pelo algoritmo apresentado.

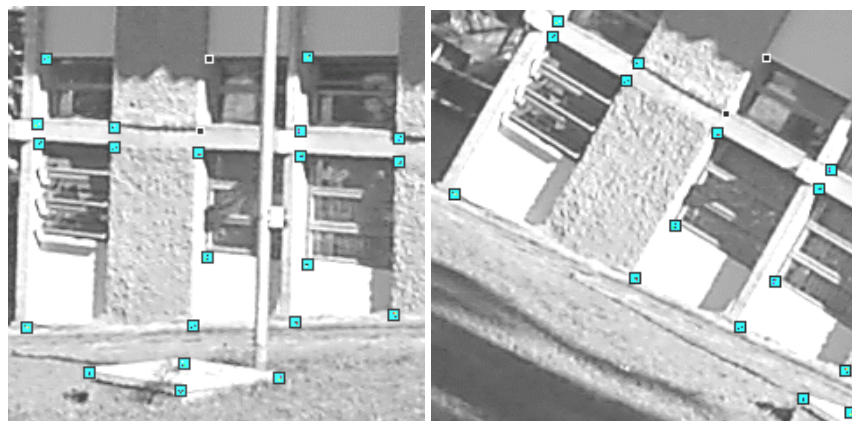


Figura 13 - As imagens *fct1_a/fct1_c* e os pontos marcados como correspondentes pelo algoritmo proposto.

Pode-se notar que mesmo no caso de imagens rotacionadas, vários pontos são marcados como correspondentes. Para se ter uma idéia dos pontos seleccionados pelo algoritmo sem as injunções epipolares e pelo algoritmo completo, a Figura 14 é apresentada. Nestas imagens os pares rotulados automaticamente estão na cor preta.

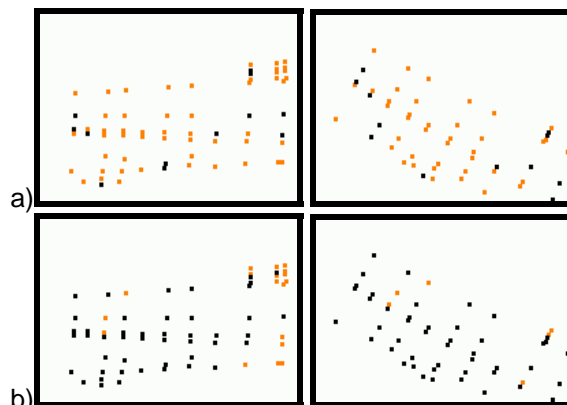


Figura 14 - Pontos rotulados pelo algoritmo de matching sem as injunções epipolares (a) e com a inclusão das injunções epipolares e orientação relativa (b), para o par *fct1_a/fct1_c*.

Por esta figura pode-se observar que a relação entre o número de pontos rotulados é aproximadamente 3,83 ($\cong 46/12$). Pode-se inclusive observar a presença de correspondências erradas, principalmente nos pontos localizados na borda direita de cada uma das imagens (na Figura 14b), onde se tem também a oclusão de alguns pontos.

5.3 - SÍNTESE DOS EXPERIMENTOS

Nesta seção é apresentada uma síntese dos experimentos realizados com três pares de imagens, sujeitas a diferenças de escala, rotação e convergência. A Tabela 1 trás o número de pontos de interesse (PI) medidos; o número de pares da solução, composto pelos pares corretamente rotulados (C), os rotulados errados (E) e os não rotulados (NR); tanto para o algoritmo sem as injunções epipolares e OR (sem IE/OR), bem como para o caso completo (com IE/OR).

Tabela 1 - Resumo do processamento dos pares formados pelas imagens fct1_a, fct1_b, fct1_c e fct1_d.

Imagens	Característica principal	PI	Processamento sem IE/OR	Processamento com IE/OR
			Pares C, E, e NR	Pares C, E, e NR
FCT1_B FCT1_A	Convergência $\cong 11^\circ$	54 64	9 [8 C [14,8% [1 E [1,9% 45 NR [83,3% 54 [100,0%	33 [33 C [61,1% [0 E [0,0% 21 NR [38,9% 54 [100,0%
FCT1_A FCT1_C	Convergência $\cong 2^\circ$ Rotação $\cong 25^\circ$	64 54	12 [10 C [18,5% [2 E [03,7% 42 NR [77,8% 54 [100,0%	46 [38 C [70,4% [8 E [14,8% 08 NR [14,8% 54 [100,0%
FCT1_D FCT1_A	Convergência $\cong 4^\circ$ Diferença de escala $\cong 40\%$	37 64	8 [8 C [21,6% [0 E [0,0% 29 NR [78,4% 37 [100,0%	21 [21 C [56,8% [0 E [0,0% 16 NR [43,2% 37 [100,0%

A partir dos experimentos apresentados, algumas observações podem ser destacadas:

- para os pares de imagens reais deste cenário, sujeitos a uma convergência da ordem de 11° , o algoritmo detectou corretamente aproximadamente 61% das correspondências;
- para imagens onde se tem uma diferença de escala da ordem 40% e no qual se tem uma convergência da ordem de 4° , o algoritmo de *matching* com a simultânea obtenção da orientação relativa permitiu encontrar aproximadamente 56% das correspondências;
- na presença de pequena convergência e com rotação em torno do eixo óptico da ordem de 25° , o algoritmo detectou corretamente aproximadamente 70% das correspondências possíveis. Deve-se ressaltar que, neste caso específico, aproximadamente 15% das correspondências possíveis estavam erradas.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se um algoritmo para a realização do *matching* de feições pontuais com a determinação simultânea da orientação relativa entre as câmaras, para aplicações a curta distância. No procedimento apresentado não se faz restrição a pares de imagens adquiridas numa situação normal e a técnica utilizada na solução do *matching* é baseada na rotulação por relaxação por múltiplas métricas.

Além de métricas usuais baseadas no coeficiente de correlação, diferença de gradiente e diferença de intensidade; são consideradas relações angulares e de distância entre vizinhos. Adicionalmente considera-se as injunções epipolares tanto na similaridade quanto na compatibilidade, sendo estas injunções baseadas no volume do Paralelepípedo de *Matching* - PM, introduzido a partir da interpretação geométrica do triplo produto misto de vetores.

Nos experimentos realizados com imagens reais pode-se notar diversas taxas de acerto nas correspondências, sendo esta uma evidência da dificuldade de obtenção de uma solução robusta deste problema, para diferentes situações. Pode-se no entanto observar que mesmo em situações consideradas mais críticas, onde se têm diferenças de escala, rotações, convergência, por exemplo a maior parte das correspondências foi encontrada e a OR recuperada.

É relevante ressaltar que em resultados de experimentos usando a técnica apresentada, mas não discutidos neste trabalho, observa-se a diminuição do número de pontos rotulados com o aumento da convergência das imagens. Um outro ponto que merece ser destacado para trabalhos futuros, é a necessidade de pesquisas adicionais a fim de que os efeitos provocados pela presença de oclusão sejam minimizados, na tentativa de diminuir a taxa de correspondências erradas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARAKAT, H.; DOUCETTE, P.; MIKHAIL, E. Photogrammetric Analysis of Image Invariance. In: **ISPRS-Commission III-Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision**, Munich, Germany, September 5-9, pp. 25-34, 1994.

- CHANG, S.H.; CHENG, F. H.; HSU, W. H.; WU, G. Z. Fast Algorithm for Point Pattern Matching: Invariant to Translations, Rotations and Scale Changes. **Pattern Recognition**, Vol. 30, No. 2, pp. 311-320, 1997.
- DHOND, U. R.; AGGARWAL, J. K. Structure from stereo - A review. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, Vol. 19, No. 6, November/December, pp. 1489-1510, 1989.
- FAUGERAS, O. **Three-Dimensional Computer Vision - A Geometric Viewpoint**, The MIT press, Cambridge, England, 1993. 663p.
- FLUSSER, J.; SUK, T. A Moment-Based Approach to Registration of Images with Affine Geometric Distortion. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, Vol. 32, No. 2, March, pp. 382-387, 1994.
- FONSECA, L. M. G.; MANJUNATH, B. S. Registration techniques for multisensor remotely sensed imagery. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 62, n. 9, p. 1049-1056, Sep. 1996.
- GALO, M.; TOZZI, C. L. Inclusão de Injunções Epipolares na Solução do Problema de Correspondência. In: **Anais do X SIBGRAPI**, Campos do Jordão, 1997.
- GALO, M.; TOZZI, C. L. The concept of Matching Parallelepipeds and its use in the correspondence problem. In: **Proceedings of the ICIP/IEEE International Conference on Image Processing**. Kobe: IEEE, Oct. 1999. p. 410-414.
- GALO, M.; TOZZI, C. L. A representação de matrizes de rotação e o uso de quatérnios em Ciências Geodésicas. MITISHITA, E. A. (Ed.). **Série em Ciências Geodésicas**. Curitiba: Editora da UFPR, 2001. Vol. 1, p. 214-231. (Série em Ciências Geodésicas ISBN 85-88783-01-0)
- GALO, M.; TOZZI, C. L. Feature-point based matching: a sequential approach based on relaxation labeling and relative orientation. **Journal of WSCG**, Vol. 12, No 1, p. 113-120, 2004. ISSN 1213-6972.
- GONZALES, R. C.; WOODS R. E. **Digital image processing**. Reading: Addison-Wesley Publishing Company, 1993. 716 p.
- GOSHTASBY, A.; LE MOIGNE, J. Editorial - Image Registration Guest Editors introduction. **Pattern Recognition**, Vol. 32, pp. 1-2, 1999.
- HABIB, A.; KELLEY, D. Automatic relative orientation of large scale imagery over urban areas using modified iterated Hough transform. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**, v. 56, p. 29-42, 2001.
- HEIPKE, C. Overview of Image Matching Techniques. In: **Proceedings of the OEEPE - Workshop on the application of digital photogrammetric workstations**. Lausanne, Mar. 1996.
- HEIPKE, C. Automation of Interior, Relative, and Absolute Orientation. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**, v. 52, p. 1-19, 1997.
- HUMMEL, R. A.; ZUCKER, S. W. On The Foundations of Relaxation Labeling Processes. **IEEE-PAMI**, Vol. 5, No. 3, pp. 267-287, May, 1983.
- LESTER, H.; ARRIDGE, S. A survey of hierarchical non-linear medical image registrations. **Pattern Recognition**, Vol. 32, pp. 129-149, 1999.
- MEDIONI, G.; NEVATIA, R. Matching Images Using Linear Features. **IEEE-PAMI**, Vol. 6, No. 6, pp. 675-685, 1984.
- MITICHE, A. A Computational Approach to the Fusion of Stereopsis and Kineopsis. In.: MARTIN, W. N.; AGGARWAL, J. K. (Editors) **Motion Understanding, Robot and Human Vision**. Chapter 3. Kluwer Academic Publishers, USA, 1988.
- MOHR, R.; WU, CHENGKE Editorial. **Image and Vision Computing**, Vol. 16, pp. 1-2, 1998.
- NOGUEIRA, F. M. de A.; TOZZI, C. L. Geração automática de mapas de disparidade em visão estéreo. In: **XI SIBGRAPI**, 1998.
- NOGUEIRA, F. M. de A.; TOZZI, C. L. Correspondência estéreo e detecção de oclusões através do matching bidirecional hierárquico e injunções de ordem. MITISHITA, E. A. (Ed.). **Pesquisas em Ciências Geodésicas**. Curitiba: Editora da UFPR, 2002. Vol. 2, p. 103-130. (Série em Ciências Geodésicas ISBN 85-88783-03-7)
- OGAWA, H. Labeled Point Pattern Matching by Delaunay Triangulation and Maximal Cliques. **Pattern Recognition**, Vol. 19, No. 1, pp. 35-40, 1986.
- PLUGERS, P. Product survey on Digital Photogrammetric Workstations. **GIM International**, p. 69-75, Apr. 2001.
- ROHR, K. Extractions of 3D anatomical point landmarks based on invariance principles. **Pattern Recognition**, Vol. 32, pp. 3-15, 1999.
- ROSENFELD, A.; HUMMEL, R. A.; ZUCKER, S. W. Scene labeling by relaxation operations. **IEEE - Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, v. 6, n. 6, p. 420-433, Jun. 1976.

- SCHALKOFF, R. J. **Digital Image Processing and Computer Vision**. Singapore: John Wiley & Sons, Inc., 1989. 489p.
- SHIH, T.-Y. The duality and critical condition in the formulation and decomposition of a rotation matrix. **PE&RS - Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 56, n. 8, p. 1173-1179, Aug. 1990.
- TANG, L.; HEIPKE, C. Automatic Relative Orientation of Aerial Images. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 62, n. 1, p. 47-55, Jan. 1996.
- TANG, L.; POTH, Z.; OHLHOF, T.; HEIPKE, C.; BATSCHEIDER, J. Automatic relative orientation - realization and operational tests. In: **Proceedings of the ISPRS - International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. Vienna: ISPRS, 1996. p. 843-848.
- TON, J.; JAIN, A. K. Registering Landsat Images By Point Matching. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, Vol. 27, No. 5, September, 1989.
- TOTH, C. K.; SCHENK, T. Feature-based Matching for Automatic Image Registration. **ITC Journal**, 1, pp. 40-46, 1992.
- WU, Q. X. A Correlation-Relaxation-Labeling Framework For Computing Optical Flow - Template Matching from a New Perspective. **IEEE-PAMI**, Vol. 17, No. 8, pp. 843-853, September, 1995.
- ZHANG, Z.; DERICHE, R.; FAUGERAS, O.; LUONG, Q. T. A Robust Technique For *Matching* Two Uncalibrated Images Through The Recovery of The Unknown Epipolar Geometry. **Rapport de Recherche n. 2273**, Unité de Recherche INRIA, Sophia-Antipolis, 39p., 1994.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES/PICD pela concessão da bolsa durante o desenvolvimento desta pesquisa.